

Mathematische Logik

Sommersemester 2012

Übungsblatt 11, Abgabe: 18.07.2012

1. Σ heißt Axiomatisierung von T , wenn Σ und T dieselbe Symbolmenge haben und $\{\psi : T \models \psi\} = \{\psi : \Sigma \models \psi\}$. Hat jede effektiv axiomatisierbare Theorie eine rekursive Axiomatisierung? Hinweis: Sei $(\phi_e)_{e \in \mathbb{N}}$ eine effektive Aufzählung von T . Setze $T' = \underbrace{\{\phi_e \wedge \dots \wedge \phi_e : e \in \mathbb{N}\}}_{e+1 \text{ mal}}$.
2. Wir erweitern eine entscheidbare Theorie um endlich viele Axiome. Ist das Resultat wieder eine entscheidbare Theorie?
3. Beweisen Sie den *Uniformisierungssatz*: Jede rekursiv aufzählbare Relation $R \subset \mathbb{N}^{n+1}$ lässt sich *uniformisieren*. Dies bedeutet: Es gibt eine partielle rekursive Funktion f_R mit Definitionsbereich $\{\bar{x} \in \mathbb{N}^n : \exists y R(\bar{x}, y)\}$, deren Graph in R liegt (d.h. $f_R(\bar{x}) = y \implies R(\bar{x}, y)$). Hinweis: Sei R gegeben durch $\exists z S(\bar{x}, y, z)$ mit rekursivem S . Wählen Sie für jedes \bar{x} im Definitionsbereich ein minimales $\langle y, z \rangle$ mit $S(\bar{x}, y, z)$ und setzen Sie $f_R(\bar{x}) = y$.