Abteilung für Mathematische Logik
Prof. Dr. Heike Mildenberger
Übungen: Jeff Serbus

Mengenlehre: Kardinalzahlenarithmetik

Wintersemester 2012/13

Übungsblatt 5, Abgabe: 28.11.2012, vor der Vorlesung

1. $f : \kappa \to \lambda$ heißt normal, falls:

   $i.\ \forall \alpha < \beta < \kappa,\ f(\alpha) < f(\beta).$
   $ii.\ \forall \beta \in \kappa,\ \lim(\beta) \implies f(\beta) = \sup_{\gamma \in \beta} f(\gamma).$

   (a) Gilt $(\star)$ $\forall C \subseteq \kappa,\ f''C$ club $\implies C$ club?
   (b) Nun erfüllt f nur i. Gilt dann $(\star)$?
   (c) Nun erfüllt f nur ii. Gilt dann $(\star)$?

2. (a) Welche Ordinalzahlen gibt es in $H(\omega_1)$?
   (b) Welche α^β gibt es in $H(\omega_1)$, wenn α, β Ordinalzahlen sind?

Hinweis: Für die nächste zwei Aufgaben kann Induktion über die $\in$-Relation nützlich sein.

3. Sei $x \subseteq H(\theta)$ mit $|x| < \theta$. Zeigen Sie $x \in H(\theta)$.

4. In der Vorlesung zeigten wir, dass die umgekehrte Inklusion $H(\kappa) \subseteq V_\kappa$ für jedes reguläre κ gilt. Nun sei κ stark unerreichbar (d.h. κ ist regulär und $\forall \mu < \kappa,\ 2^\mu < \kappa$). Gilt dann $V_\kappa \subseteq H(\kappa)$?