



## Mengenlehre: Kardinalzahlenarithmetik

Wintersemester 2012/13

Übungsblatt 6, Abgabe: 5.12.2012, vor der Vorlesung

Sei  $M \in V$ . Wir definieren den Mostowski-Kollaps<sup>1</sup> von  $M$ ,  $\pi^M : M \rightarrow V$ , induktiv als

$$\pi^M(x) := \{\pi^M(y) : y \in x \cap M\}.$$

1. Ist  $\pi^M[M] = \pi^{M''}M$  transitiv?
2. (a) Wann ist  $\pi^M$  injektiv?  
(b) Ist  $\pi^M$  ein  $\in$ -Isomorphismus, wenn  $\pi^M$  injektiv ist?
3. Sei nun  $M \prec H(\aleph_2, \in)$ ,  $M$  abzählbar.
  - (a) Ist  $\pi^M$  injektiv? (und daher ein Isomorphismus?)
  - (b) Ist  $\aleph_1 \in M$ ?
  - (c) Kann  $\pi^M$  die Identität auf  $M$  sein?
  - (d) Ist  $\pi^M(\aleph_1) \in \text{On}$ ?
  - (e) Ist  $\text{On} \cap \pi^M[M] \in \text{On}$ ?
  - (f) Wie groß ist  $\text{On} \cap \pi^M[M]$ ?
  - (g) Kann  $\text{On} \cap \pi^M[M] = \pi^M(\aleph_1)$  sein?

---

<sup>1</sup>nach dem polnischen Mathematiker Andrzej Mostowski (1. November 1913 – 22. August 1975)